Verbetersleutel (T)EW

11 B

12 A

13 B

14 A

15 D

16 B

17 C

18 D

19 D

20 B

21 D

22 B

23 C

24 A

25 D

26 B

27 C

28 C

29 C

30 B

31 B

32 A

33 D

34 B

35 B

36 C

37 A

38 B

39 C

40 C

Oplossingen

11 De vergelijking van de gevraagde rechte is $y+3=\dfrac{3}{2}(x-2)$, door te vermenigvuldigen met 2 en alle termen over te brengen naar het rechterlid krijgen we $3x-2y-12=0$.

12 Omdat de nulwaarden $x=-1$ en $x=4$ zijn is het voorschrift van de tweedegraadsfunctie van de vorm $f(x)=a(x+1)(x-4)=a(x^2-3x-4)$. Druk uit dat het punt $(0,2)$ tot de grafiek van deze functie behoort, $a(-4)=2$ dus $a=-\dfrac{1}{2}$. Het voorschrift wordt daarmee $f(x)=-\frac{1}{2}(x^2-3x-4)=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2$.

13 $\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{a}=\dfrac{a\cdot a}{b\cdot a}+\dfrac{c\cdot b}{a\cdot b}=\dfrac{a^2+bc}{ab}$

14

$$\frac{3^9\sqrt{12}}{9^4\sqrt{3}}=\frac{3^9\sqrt{4\cdot 3}}{(3^2)^4\sqrt{3}}=\frac{3^9\cdot 2\sqrt{3}}{3^8\sqrt{3}}=2\frac{3^9}{3^8}=2\cdot 3^{9-8}=2\cdot 3=6$$

15 Uitwerken van de haakjes en herschrijven geeft:

$$5-3x+6\leq -2x-2-1 \quad\Leftrightarrow\quad 11-3x\leq -2x-3 \quad\Leftrightarrow\quad 11+3\leq -2x+3x$$

Met andere woorden, $x\geq 14$.

16 Het ledenaantal is absoluut gedaald met $60-48=12$, dus procentueel met $\dfrac{12}{60}=0.20=20\%$.

17 Het eerste cijfer van het getal met 4 cijfers mag geen 0 zijn, wat betekent dat je daarvoor 9 mogelijkheden hebt. Het laatste cijfer moet een 0 of een 5 zijn, daarvoor zijn er dus 2 mogelijkheden. Het tweede en het derde cijfer mag eender welk getal zijn, daarvoor zijn er dus telkens 10 mogelijkheden. In totaal zijn er dan ook $9\cdot 10\cdot 10\cdot 2=1800$ mogelijkheden.

18 De verzameling B is een deelverzameling van A en de doorsnede van B en C is niet leeg, bijgevolg is ook de doorsnede van A, B en C niet leeg.

19 Er hebben $36-22=14\%$ van de gezinnen een hond, maar geen kat. Daar 30% van de gezinnen een kat heeft, heeft 70% van de gezinnen geen kat. Van die 70% heeft dus 14% een hond, of nog, $\dfrac{14}{70}=20\%$.

20 De eindige rij van het prijzengeld is een rekenkundige rij met rede v, namelijk $(260, 260-v, 260-2v, 260-3v, 260-4v)$. De som van de elementen van deze rij is $5\cdot 260-10v$, uitdrukken dat dit gelijk is aan 800 geeft $v=50$, waarmee de vierde prijs $260-3\cdot 50=110$ euro bedraagt.

21 Werk het merkwaardig product in het linkerlid uit, $a^2+2ab+b^2<a^2+b^2$ en vereenvoudig, $ab<0$, dan moet ofwel a ofwel b negatief zijn.

22 De veelterm $p\big(q(x)+r(x)\big)$ heeft graad $15=5\cdot 3$.
De veelterm $q\big(p(x)\cdot r(x)\big)$ heeft graad $18=3\cdot(5+1)$.
De veelterm $r\big(p(x)\big)\cdot q(x)$ heeft graad $8=1\cdot 5+3$.
De veelterm $p(x)\cdot q(x)\cdot r(x)$ heeft graad $9=5+3+1$.

23 De bestaansvoorwaarde(BV) is $x \neq 2$. Omdat de teller kan ontbonden worden als $2x^2 + x - 10 = (x-2)(2x+5)$ herleidt de vergelijking na schrappen van $x-2$ tot: $2x+5 = x^2+2$ of dus $x^2-2x-3 = 0$. Deze vergelijking heeft als oplossingen $x = -1$ en $x = 3$. Deze zijn niet in conflict met de BV. De gegeven vergelijking heeft dus 2 verschillende oplossingen. Alternatieve methode: vermenigvuldigen met $x-2$, haakjes uitwerken en alles samenbrengen in 1 lid geeft: $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$. Via Horner vind je als oplossingen hiervan $x = -1$, $x = 3$ en $x = 2$. De laatste moeten we schrappen omwille van de BV.

24 Het tekenverloop van een 2de graadsfunctie is bepaald door a, de coëfficiënt van x^2 en de discriminant $D = b^2 - 4ac$. Hier is $a = 1 > 0$, de 2de graadsfunctie is steeds ≥ 0 als ze geen of 1 dubbel nulpunt heeft, dus als $D \leq 0$. Dit uitwerken geeft: $D = 16 - 4 \cdot 1 \cdot p = 4(4-p) \leq 0$ dus $p \geq 4$.

25 Zet in het linkerlid van de ongelijkheid de termen op gelijke noemer, $\dfrac{1-x^2}{x} > 0$.
Als $x < 0$, dan moet ook $1 - x^2 < 0$ en dan is $1 < x^2$ of $x > 1$, wat niet kan aangezien $x < 0$, of $x < -1$. In dit geval moet dus $x < -1$.
Als $x > 0$, dan moet ook $1 - x^2 > 0$ en dan is $x^2 < 1$ of $-1 < x < 1$. In dit geval moet dan $0 < x < 1$.

26 De oplossing van het stelsel kan onder andere berekend worden via de substitutieregel:

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} x & - & y & = & 3 \\ 2x & + & 3y & = & 11 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcrcr} x & = & 3 & + & y \\ 2x & + & 3y & = & 11 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcrcr} x & = & 3 & + & y \\ 2(3+y) & + & 3y & = & 11 \end{array}\right.$$

Door de tweede vergelijking uit te rekenen naar y, bekom je $y = 1$. Zo krijg je $x = 4$, immers $x = 3+y$. Een vals stelsel heeft geen oplossingen, dus de vergelijking die moet aangevuld worden mag de oplossing $(x, y) = (4, 1)$ niet bevatten. Zo is het duidelijk dat $(x, y) = (4, 1)$ niet aan $x - 4y = -2$ voldoet.

27 Duid met x het aantal vaste krachten en met y het aantal jobstudenten aan. Dan leveren de gegevens een stelsel van twee vergelijkingen op,

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} x & + & y & = & 72 \\ 25x & + & 20y & = & 1645 \end{array}\right.$$

dat we oplossen tot $x = 41$ en $y = 31$. Met andere woorden, het verschil tussen het aantal vaste krachten en het aantal jobstudenten is gelijk aan 10.

28 Toepassen van de rekenregels van logaritmen geeft: $\log\left(\frac{a}{b^2c^2}\right) = \log(a) - \log(b^2c^2) = \log(a) - (\log(b^2) + \log(c^2)) = \log(a) - 2\log(b) - 2\log(c)$

29 Een toename van het bedrag in de spaarpot met de helft komt overeen met het bedrag telkens vermenigvuldigen met 1.5. Met beginbedrag 32 euro zit er na t weken dus $f(t) = 32 \cdot 1.5^t$ euro in de spaarpot.

30 Als je de limiet neemt naar $+$ of $-$ oneindig van het voorschrift $\dfrac{x^2+4}{3x^3-6}$, dan is het duidelijk dat de x-as een horizontale asymptoot is en bijgevolg enkel figuur B juist kan zijn.

31 Na invullen van de waarde $x = 3$ krijg je de onbepaaldheid $\dfrac{0}{0}$. De limiet vind je dan door de teller te ontbinden in factoren en de factor $x - 3$ weg te schrappen:

$$\lim_{x\to 3} \frac{(x-3)(x-1)}{x-3} = \lim_{x\to 3} (x-1) = 3 - 1 = 2$$

32 De afgeleide van een functie in een punt is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van de functie in dat punt. Voor een dalende functie is de afgeleide dus negatief, omdat f steiler daalt dan g in $x = 2$ is $f'(2) < g'(2)$.

33 De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan een functie f in het punt $(1, f(1))$ is de afgeleide van f in $x = 1$. Bereken van de 4 functies dus de afgeleide functie $f'(x)$ en de waarde hiervan in $x = 1$.

(A) $f'(x) = 2x \Rightarrow f'(1) = 2$

(B) $f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 \Rightarrow f'(1) = 0$

(C) $f'(x) = 2 \Rightarrow f'(1) = 2$

(D) $f'(x) = 2x - 1 \Rightarrow f'(1) = 1$ correcte antwoord

34 We schrijven eerst de macht als een negatieve macht $f(x) = 5(2x^2 + 3)^{-3}$ en passen dan de rekenregel voor afgeleide van een macht en de kettingregel toe: $f'(x) = 5(-3)(2x^2 + 3)^{-4}(2x^2 + 3)' = -15(2x^2 + 3)^{-4}4x = -\frac{60x}{(2x^2+3)^4}$

35 Uitwerken van de bepaalde integraal geeft: $[x^3 - x^2 + 2x]_1^3 = 27 - 9 + 6 - (1 - 1 + 2) = 22$.

36 Pas Pythagoras toe in driehoek ΔOPQ om k uit te drukken in termen van r als $k = \sqrt{2}r$. Gebruik dat l een kwart van een cirkelomtrek is, dat wil zeggen, $l = \frac{\pi r}{2}$. Dan is de verhouding $\frac{l}{k} = \frac{\pi\sqrt{2}}{4}$.

37 De totale oppervlakte van de rechthoek is $5 \cdot 6 = 30$. De oppervlakte van de cirkel is $\pi \cdot r^2 = \pi \cdot 4$. Om de oppervlakte van het ronde hoekje te berekenen, moet je het vierkant aftrekken met een kwart van de cirkel, dus dat wordt $2 \cdot 2 - \frac{\pi \cdot 4}{4} \approx 4 - 3.14 = 0.86$. De oppervlakte van de figuur kan bepaald worden door dit ronde hoekje van de oppervlakte van de rechthoek af te trekken:

$$30 - 0.86 \approx 29.14$$

Zo is tussen 29 en 29.25 het correcte antwoord.

38 De rechte ℓ heeft als rico $\frac{1-2}{3-1} = -\frac{1}{2}$. Een loodlijn op deze rechte heeft dus als rico 2. De gevraagde loodlijn heeft dus als vergelijking $y - 1 = 2(x - 2)$, wat kan omgevormd worden tot $2x - y - 3 = 0$

39 Via de formules van verwante hoeken (kijk op de goniometrische cirkel) is $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin(\alpha)$ (complementaire hoeken), $\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) = -\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = -\cos(\alpha)$ (tegengestelde hoeken en complementaire hoeken) en $\tan(\pi - \alpha) = -\tan(\alpha)$(supplementaire hoeken). Hiermee wordt: $\frac{\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)\sin(\alpha-\frac{\pi}{2})}{\tan(\pi-\alpha)} = \frac{\sin(\alpha)(-\cos(\alpha))}{-\tan(\alpha)} = \cos^2(\alpha)$.

40 Stel dat de uitspraak van de persoon die uiterst links staat waar is, dan is de uitspraak van de persoon die uiterst rechts staat niet waar, maar kan de uitspraak van de persoon die als tweede van rechts staat wel nog waar zijn. In dat geval zijn er maximaal twee uitspraken waar.
Stel dat de uitspraak van de persoon die uiterst links staat niet waar is, dan is de uitspraak van de persoon die uiterst rechts staat waar, en is ook de uitspraak van de persoon die als tweede van rechts staat niet waar. In dat geval is er maar één uitspraak waar.